

Gegeben ist die Funktion $f_a : x \mapsto \frac{x^2 - 3x + a}{2x - 8}$ mit $D_f = D_{\max}$ und $a \in \mathbb{R}$.

- Bestimmen Sie die Art der Definitionslücke. Geben Sie im Fall einer stetig behebbar definierten Definitionslücke den Funktionsterm in möglichst einfacher Form an. [5]
- Ermitteln, für welche Werte von a die Funktion f_a keine oder genau eine Nullstelle besitzt. Geben Sie jeweils Lage und Vielfachheit der Nullstelle an. [7]
- Berechnen Sie die Gleichung der schrägen Asymptote. [4]
- Berechnen Sie für $a = 0$ die Lage der Extremalstellen von f_0 . (Nachweis der Art nicht gefragt!) Ermitteln Sie das Verhalten der ersten Ableitungsfunktion f'_0 für $x \rightarrow \infty$. [8]

(Teilergebnis: $f'_0(x) = \frac{2x^2 - 16x + 24}{(2x - 8)^2}$)

1) $N(x) = 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x_L = 4$
 i. A. Pol bei $x_L = 4$ (1. Ordn.)
 SF: $Z(4) = 16 - 12 + a = 0 \Leftrightarrow a = -4$
 $Z_{-4}(x) = x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1)$
 $\tilde{f}(x) = \frac{(x-4)(x+1)}{2(x-4)} = \frac{x+1}{2}$ (5)

2. $D = 9 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{9}{4}$ (2,5)
 Dann do. Lsg $x_1 = -\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$
 Einf. NST für $a = -4$
 bei $x_0 = 1$ (s. Aufg. 1) (2,5)
 Keine NST für $D < 0$
 also $9 - 4a < 0 \Leftrightarrow a > \frac{9}{4}$ (7)

$\frac{(x^2 - 3x + a) : (x - 8)}{(x^2 - 4x)} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{a+4}{2x-8}$
 $-\frac{x+a}{x+4} \quad y_A(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ (6)

4) $f_0(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x - 8}$
 $f'_0(x) = \frac{(2x-8) \cdot (2x-3) - (x^2-3x) \cdot 2}{(2x-8)^2}$
 $= \frac{4x^2 - 6x - 16x + 24 - 2x^2 + 6x}{(2x-8)^2} = \frac{2x^2 - 16x + 24}{(2x-8)^2} = \frac{2(x^2 - 8x + 12)}{(2x-8)^2}$
 $= \frac{2(x-2)(x-6)}{(2x-8)^2}$
 $x_1 = 2$
 $x_2 = 6$ } je 1-f. m. VZW (6)

$f'_0(x) = \frac{2x^2 - 16x + 24}{4x^2 - 32x + 64}$ (2)
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f'_0(x) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (8)

BE	:	NP	BE	:	NP
24	---	23 : 15	---	16 : 9	
		15 : 8	
		21 : 13		13,5 : 7	
		19,5 : 12		12,5 : 6	
		18,5 : 11		11 : 5	
		17 : 10		10 : 4	
				8,5 : 3	
				6,5 : 2	
				5 : 1	

